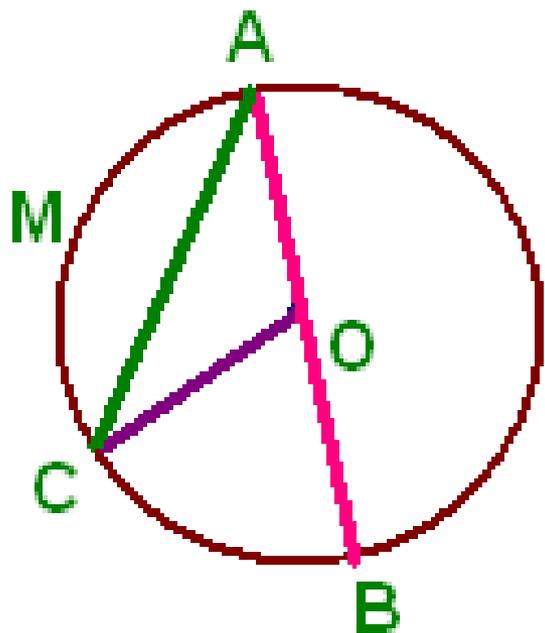


**Некоторые свойства окружности.**

**Касательная к окружности**

# Определение окружности, ее основных элементов

Окружность – геометрическая фигура, состоящая из всех точек плоскости, расположенных на заданном расстоянии от данной точки.



Дайте определение

- диаметра,
- радиуса,
- хорды

Найдите их на рисунке.

Назовите формулу, связывающую радиус и диаметр окружности.

$CO = 3,7$  м. Найти  $AB$

## Свойство диаметра окружности

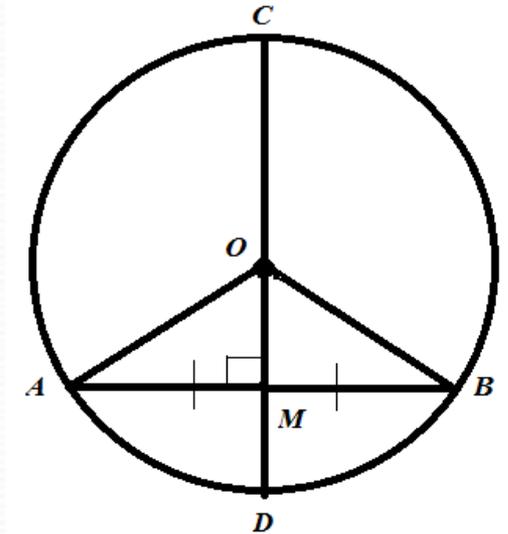
**Диаметр окружности, перпендикулярный хорде, делит эту хорду пополам.**

Дано: окружность,  $CD \perp AB$

Доказать:  $M$  – середина  $AB$

Доказательство:

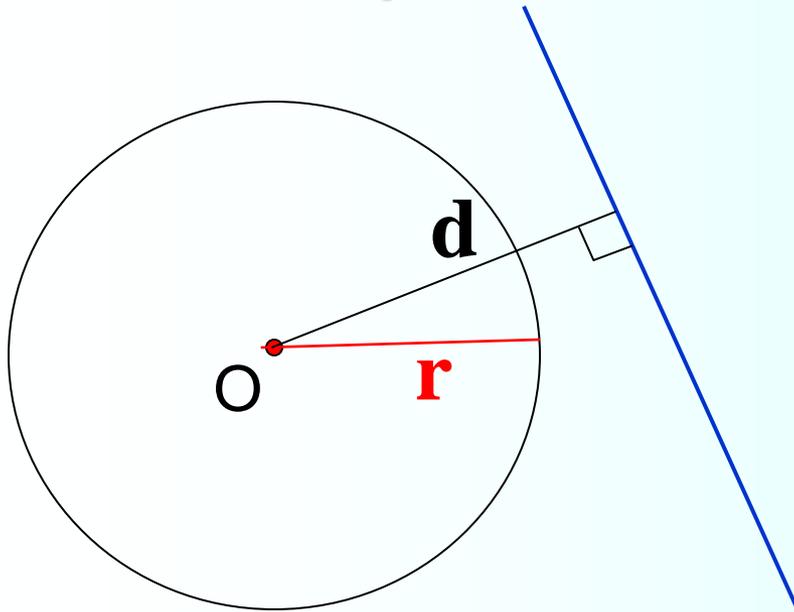
1. Проведем радиусы  $OA$  и  $OB$ .
2. Треугольник  $AOB$  равнобедренный.
3.  $OM$  – высота проведенная к основанию,  $OM$  – медиана.



**Обратная теорема.**

**Диаметр окружности, делящий хорду, отличную от диаметра, пополам, перпендикулярен этой хорде.**

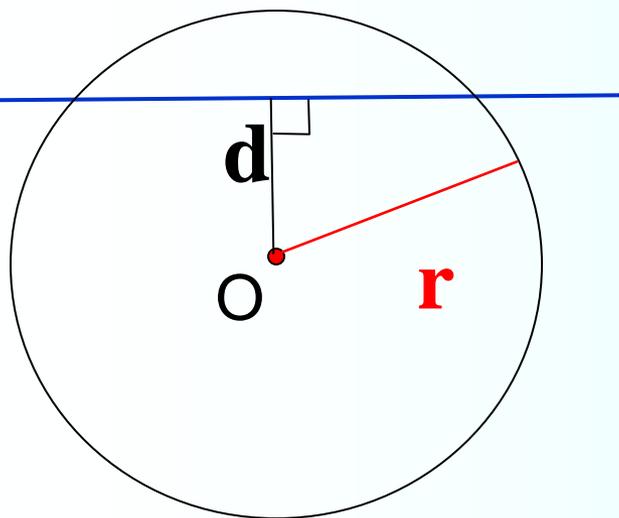
## Взаимное расположение прямой и окружности



$$d > r$$

**Окружность и прямая не имеют общих точек**

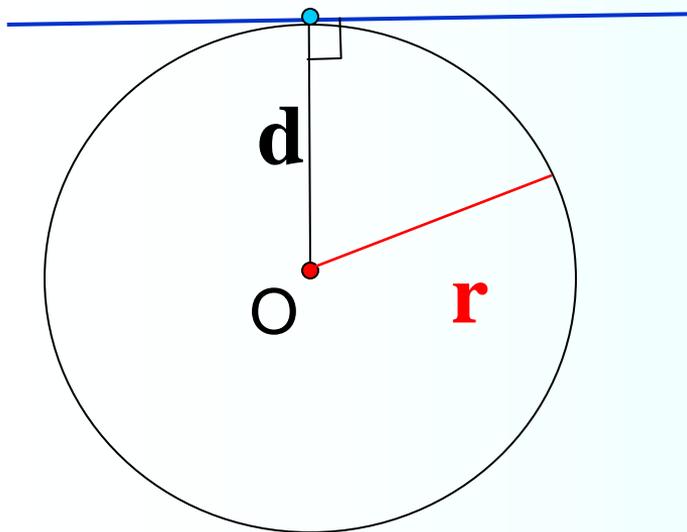
## Взаимное расположение прямой и окружности



$$d < r$$

Окружность и прямая имеют две общие точки.  
Прямая называется **секущей** по отношению к  
окружности.

## Взаимное расположение прямой и окружности

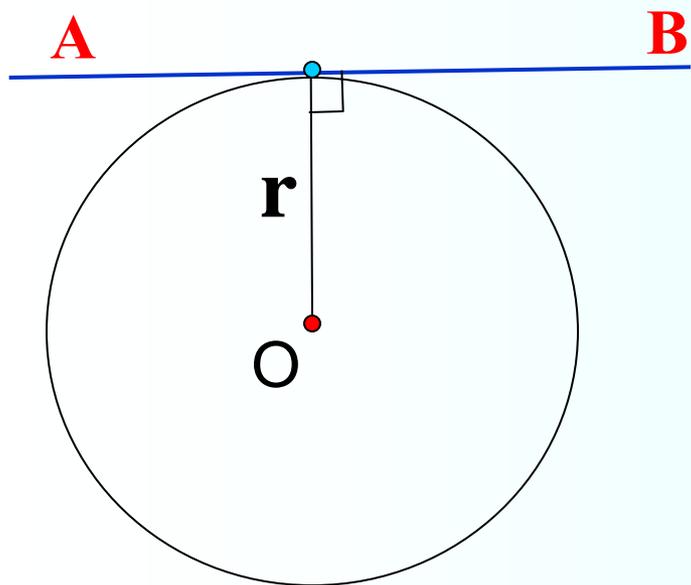


$$d = r$$

Окружность и прямая имеют одну общую точку. Прямая называется **касательной** по отношению к окружности.

**Определение.** Прямую, имеющую с окружностью одну общую точку, называют касательной к окружности.

## Свойство касательной.



$$AB \perp r$$

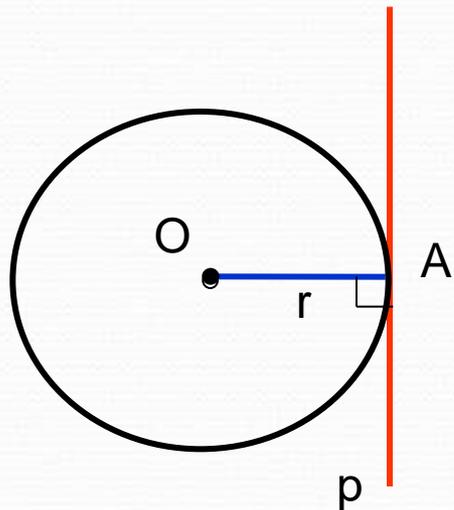
**Касательная к окружности перпендикулярна к радиусу, проведенному в точку касания.**

Теорема. **Касательная к окружности перпендикулярна к радиусу, проведённому в точку касания.**

Дано: Окр.( $O;r$ ),  $p$  – касательная,  
 $A$  – точка касания.

Доказать:  $p \perp OA$ .

Доказательство:



$A$  – точка касания,  $O$  – центр окружности, значит,  $OA$  – радиус.  
Пусть касательная  $p$  не перпендикулярна  $OA$ , тогда радиус  $OA$  является наклонной к прямой  $p$ .

Тогда перпендикуляр, проведённый из точки  $O$  к прямой  $p$ , меньше наклонной  $OA$ , т. е. расстояние от центра окружности меньше радиуса.

Значит, прямая  $p$  и окружность будут иметь две общие точки, но это противоречит условию:  $p$  – касательная, т. е. она имеет с окружностью одну общую точку.

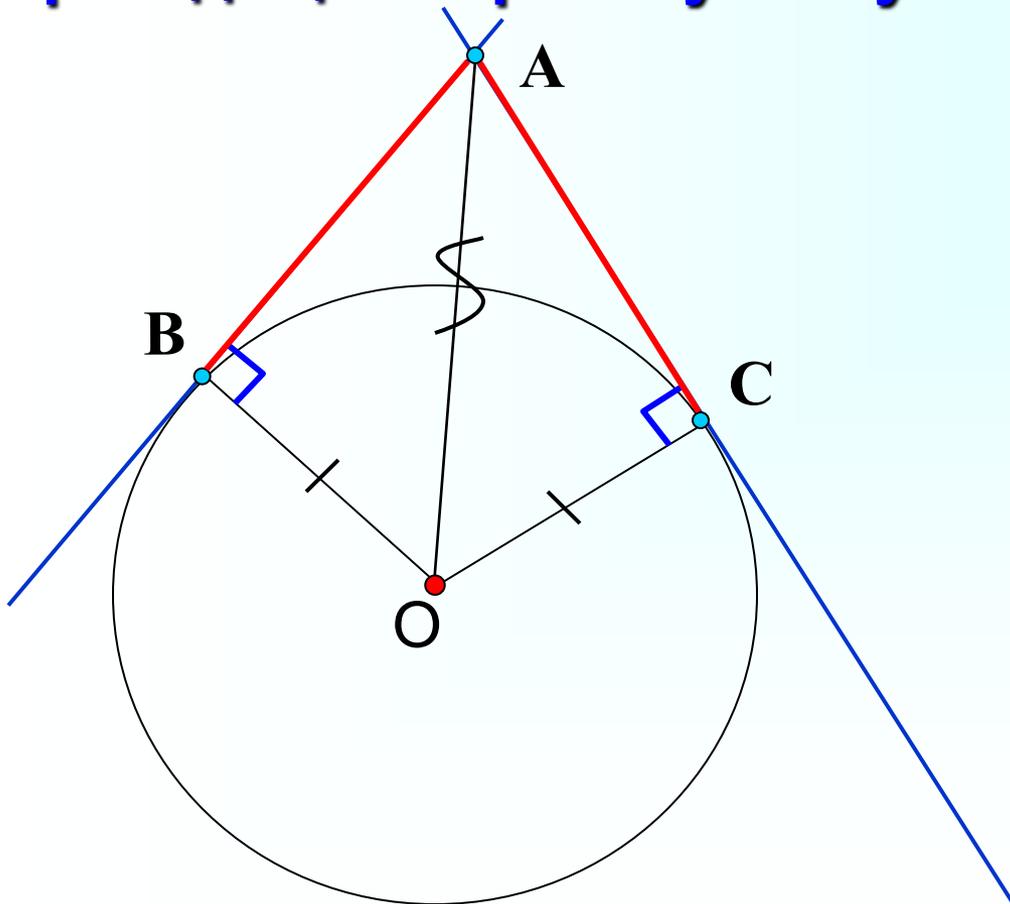
Следовательно, предположение, что  $p$  не перпендикулярна  $OA$  неверно.

Значит,  $p \perp OA$ .



## Свойство отрезков касательных

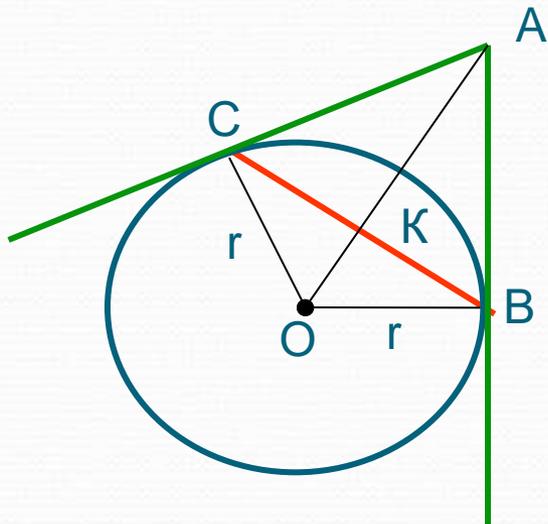
Отрезки касательных к окружности, проведенные из одной точки равны и составляют равные углы с прямой, проходящей через эту точку и центр окружности.



$$AB = AC$$

$$\angle BAO = \angle CAO$$

# Дополнительные свойства:



1.  $AO$  – биссектриса  $\angle BAC$ .

2.  $OA \perp BC$ .

3.  $CK = BK$ .

# Определение

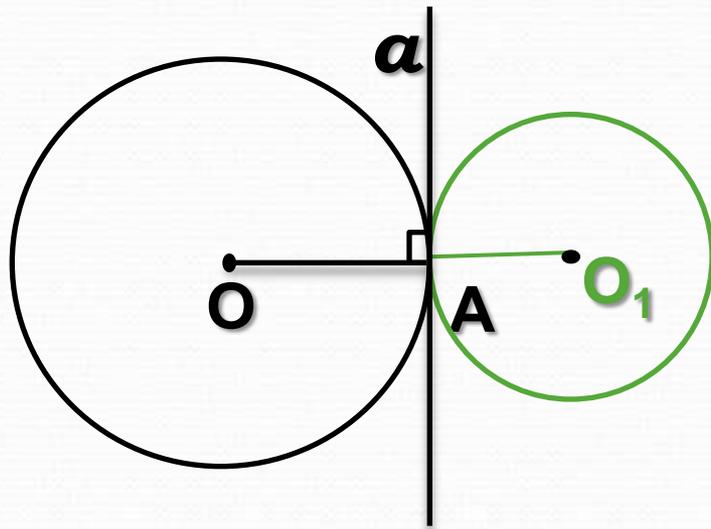
Две **окружности**, имеющие общую точку, **касаются** в этой точке, если они имеют в той точке общую касательную

Окружности могут касаться **внутренним** и **внешним** образом.

### Внешнее касание:

- Центры окружностей лежат по разные стороны от касательной
- Расстояние между центрами:

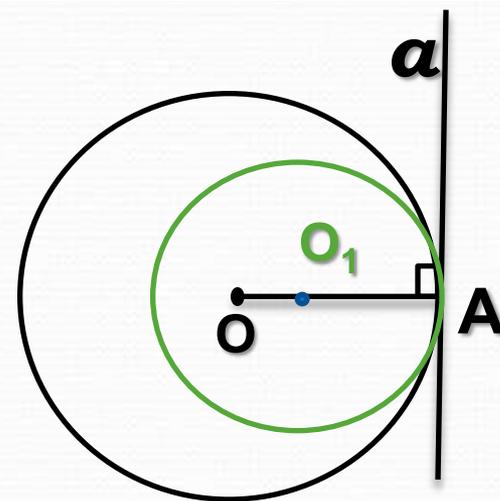
$$OO_1 = OA + AO_1$$



### Внутреннее касание:

- Центры окружностей лежат по одну сторону от касательной
- Расстояние между центрами:

$$OO_1 = OA - AO_1$$





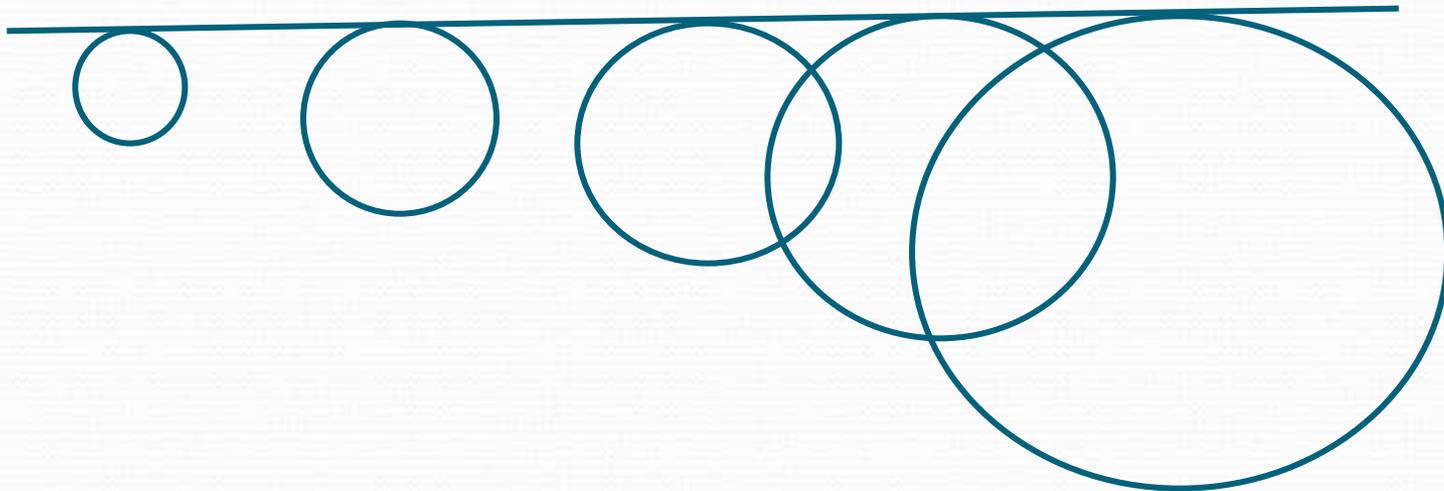


# тест

3. Сколько окружностей можно провести, касающихся данной прямой ?

а) одну;    б) две;    в) бесконечно много.

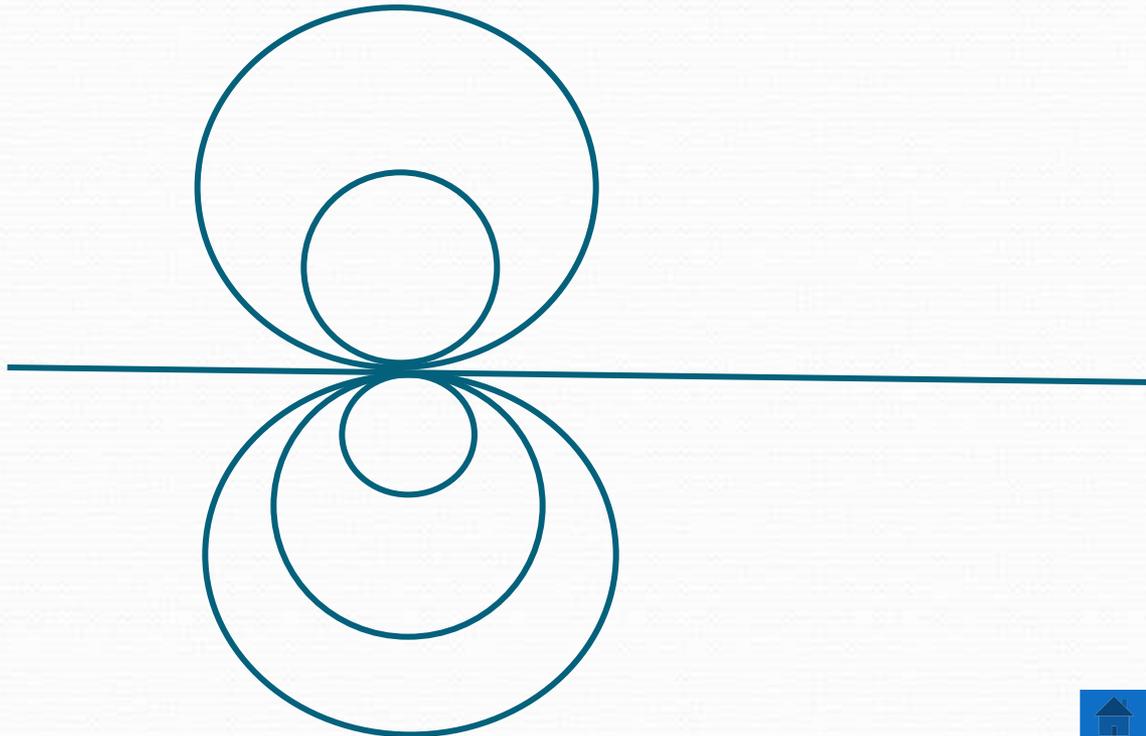
**в**



# ТЕСТ

4. Сколько окружностей можно провести, касающихся данной прямой в данной точке ?

а) одну;    б) две;    в) бесконечно много.    **В**

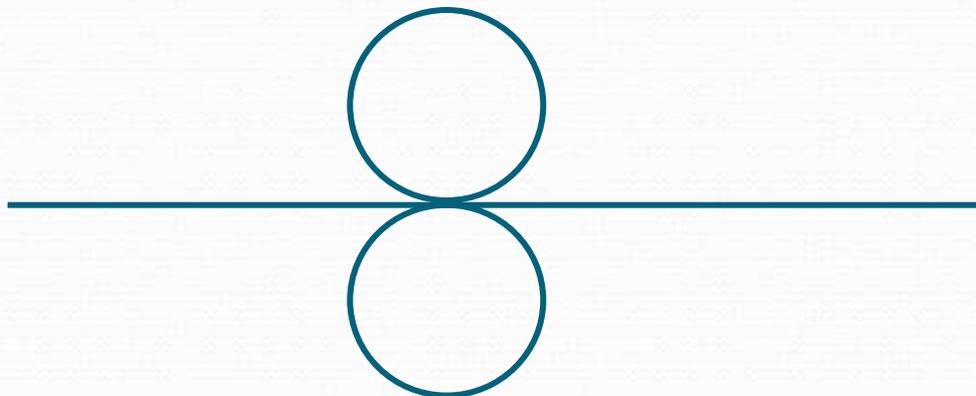


# тест

5. Сколько окружностей данного радиуса можно провести, касающихся данной прямой в данной точке ?

а) одну;    б) две;    в) бесконечно много.

б



# Задание на дом:

§ 20, теоремы, определения, свойства  
учить, № 508, 510, 511