Решение логарифмических уравнений

Цель урока:

Формирование знаний по теме «Логарифмические уравнения»

Задачи урока:

1. Ввести понятие логарифмического уравнения.
2. Закрепить определение логарифма, свойства логарифма.
3. Рассмотреть и систематизировать методы решения логарифмических уравнений.
4. Сформировать умения применять теоретические знания при решении уравнений.

$$\log_a b = x$$

$$a^x = b$$

Основное логарифмическое тождество:

$$a^{\log_a b} = b$$

$$\log_a a = 1 \quad \log_a 1 = 0$$

$$\log_a a^c = c$$

Свойства логарифмов:

$a>0, b>0, c>0, c\neq 1, n\neq 1$

$$\log_c a + \log_c b = \log_c (ab)$$

$$\log_c a - \log_c b = \log_c \left(\frac{a}{b}\right)$$

$$n\log_c a = \log_c a^n$$

Перепишите равенства в виде логарифмических равенств:

$$а)\ 2^3 = 8$$

$$б)\ 3^0 = 1$$

$$в)\ 4^{-2} = \frac{1}{16}$$

Ответ :

$$а)\ 3 = \log_2 8$$

$$б)\ 0 = \log_3 1$$

$$в)\ -2 = \log_4 \frac{1}{16}$$

Запишите числа в виде логарифмов с основанием 2:

Ответ:

а) 4 =

б) - 2 =

в) 0 =

г) 1 =

$$а) 4 = \log_2 16$$

$$б) -2 = \log_2 \frac{1}{4}$$

$$в) 0 = \log_2 1$$

$$г) 1 = \log_2 2$$

Вычислите:

$$\log_6 8 - \log_6 2 + \log_6 9$$

Ответ: 2

Определение:

Уравнение, содержащее переменную под знаком логарифма, называется логарифмическим

$$\log_a x = b$$

$$a > 0, \quad a \neq 1$$

Основные методы решения логарифмических уравнений:

Методы решения логарифмических уравнений:

- с помощью определения логарифма
- потенцирования
- вынесение общего множителя
- введение новой переменной
- логарифмирования
- приведение к одному основанию
- функционально-графический

1. По определению логарифма:

Уравнение:	*Решение:*
а) $\log_a x = b,\ \ a > 0$ и $a \neq 1$	$x = a^b$
б) $\log_a f(x) = b,\ a > 0$ и $a \neq 1.$	$f(x) = a^b$
в) $\log_a f(x) = \log_a g(x),$ $a > 0$ и $a \neq 1.$	$\begin{cases} f(x) > 0, \\ g(x) > 0, \\ f(x) = g(x). \end{cases}$
г) $\log_{g(x)} f(x) = b$	$\begin{cases} g(x) > 0, \\ g(x) \neq 1, \\ f(x) = g(x)^b \end{cases}$

Пример:

$$f(x) > 0, a > 0, a \neq 1.$$

$$\log_4 x = \boxed{2},$$

$$ОДЗ: x > 0,$$

$$x = 4^{\boxed{2}},$$

$$x = 16.$$

Ответ: 16

Пример :

$$\log_3(2x+1)=\boxed{2},$$

$$2x+1=3^{\boxed{2}},$$

$$2x+1=9,$$

$$x=4.$$

<u>Проверка</u>:

$$\log_3(2\cdot 4+1)=2,$$

$$\log_3 9=2,$$

$$2=2$$

Ответ: 4

$$\log_2 x = 1$$

Ответ: x=2

$$\log_{\frac{1}{3}} x = 0$$

Ответ: x=1

$$\log_9 x = \frac{1}{2}$$

Ответ: x=3

$$\log_5 x = 3$$

Ответ: x=125

$$\log_8 x = \frac{1}{3}$$

Ответ: x=2

$$\log_3(x+5)=4$$

Ответ: x=76

Решите логарифмические уравнения:

$$\log_x 5 = 2$$

$$x^2 = 5$$

$$\underline{x = \sqrt{5}}, т.к. \sqrt{5} > 0$$

$$Ответ: x = \sqrt{5}$$

$$\log_4 x = 0{,}5$$

$$x = 4^{0.5}$$

$$x = \sqrt{4}$$

$$\underline{x = 2}$$

$$Ответ: x = 2$$

Стр.105, задача 1,
стр. 106, задача 2,
№337(1,3)

2. Метод потенцирования:

Под потенцированием понимается переход от равенства, содержащего логарифмы, к равенству, не содержащему их:

если , $\log_a f(x) = \log_a g(x)$,

то $f(x) = g(x)$, $f(x)>0$, $g(x)>0$, $a > 0$, $a \neq 1$

Метод потенцирования применяется в том случае, если все логарифмы, входящие в уравнение, имеют одинаковое основание

Пример:

$$(x^2+7x-5)=(4x-1),$$

$$x^2+7x-5=4x-1,$$

$$x^2+3x-4=0,$$

$$x_1=1, x_2=-4.$$

переходим от равенства, содержащего логарифмы, к равенству, не содержащему их

Проверка:

$x=1 \Rightarrow \log_2(1^2+7\cdot 1-5)=\log_2(4\cdot 1-1) \Rightarrow \log_2 3=\log_2 3$ **- верно**

$x=-4 \Rightarrow \log_2((-4)^2+7\cdot(-4)-5)=\log_2(4\cdot(-4)-1) \Rightarrow \log_2(-17)=\log_2(-17)$

- не верно

Ответ: 1

Работа в парах:

$$\lg 2x = \frac{1}{4}\lg\left(x-15\right)^4$$

Работа в парах:

$$\lg 2x = \frac{1}{4}\lg(x-15)^4$$

$$\lg 2x = \frac{1}{4}\cdot 4\lg(x-15)$$

$$\lg 2x = \lg(x-15)$$

$$2x = x-15$$

$$x = -15$$

Ответ: корней нет

Стр.106, задача 3,
стр. 106, задача 4

№340(а)

Решите уравнения потенцированием: (по вариантам)

а) $\log_2 (3x - 6) = \log_2 (2x - 3)$;

б) $\log_{0,5} (7x - 9) = \log_{0,5} (x - 3)$;

Метод потенцирования:

Признак:

уравнение должно быть представлено в виде равенства двух логарифмов по одному основанию

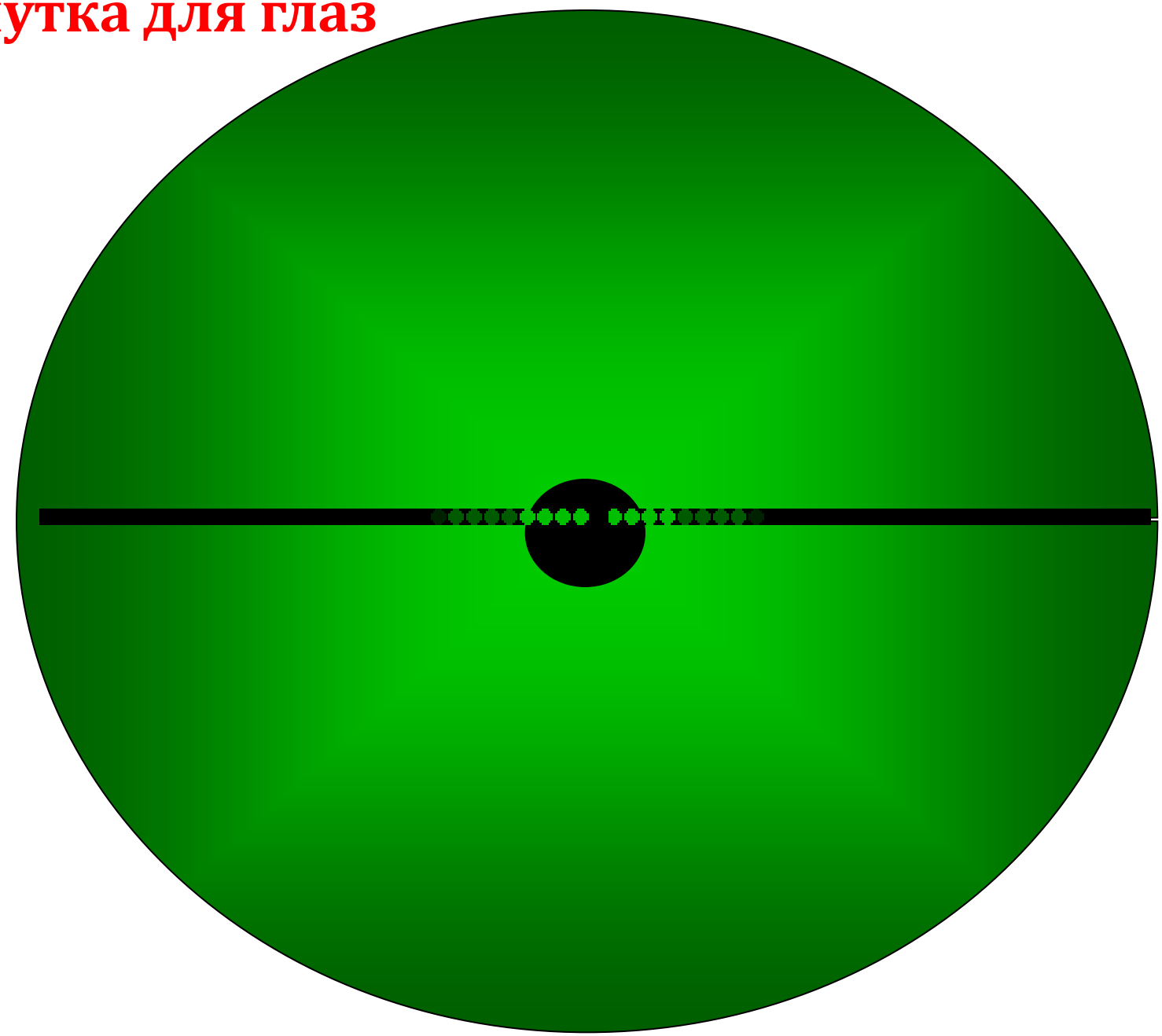
$$\log_a f(x) = \log_a g(x)$$

1. **Пропотенцировать обе части уравнения по основанию равному основанию логарифма;**
2. **Перейти к равенству подлогарифмических выражений, применив свойство логарифма;**
3. **Решить уравнение и проверить полученные корни;**
4. **Записать удовлетворяющие корни в ответ.**

3. Метод вынесения общего множителя:

Стр. 106, задача 5

Физминутка для глаз



4. Метод введения новой переменной:

Пример: $\log_3^2 x - \log_3 x = 2$

ОДЗ: $x > 0.$

Пусть $\log_3 x = t,$ тогда $t^2 - t = 2,$

$t^2 - t - 2 = 0.$

$t_1 = -1, t_2 = 2.$

Значит, $\log_3 x = -1$ или $\log_3 x = 2$

$x = 3^{-1}$ $\qquad$ $x = 3^2$

$x = \frac{1}{3}.$ $\qquad$ $x = 9.$

Ответ: $\frac{1}{3},\ 9.$

Стр. 107, задача 6

Решите уравнения:

$$\lg^2 x - 2\lg x + 1 = 0$$

$$3\log_{0,5}{}^2 x + 5\log_{0,5} x - 2 = 0$$

Метод введения новой переменной:

Признак:

Все логарифмы в уравнении могут быть сведены к одному и тому же логарифму, содержащему переменную

1. Определить ОДЗ уравнения (подлогарифмические выражения положительны);
2. Произвести замену переменной;
3. Решить полученное уравнение;
4. Составить простейшие логарифмические уравнения, возвращаясь к первоначальной переменной;
5. Проверить полученные корни по ОДЗ;
6. Записать удовлетворяющие ОДЗ корни в ответ.

5. Метод логарифмирования обеих частей уравнения:

Метод логарифмирования:

Признак:
переменная содержится и в основании степени, и в показателе степени под знаком логарифма

$$X^{\lg x+2} = 1000$$

1. **Определить ОДЗ уравнения (подлогарифмические выражения положительны);**
2. **Прологарифмировать обе части уравнения по основанию равному основанию логарифма в показателе степени;**
3. **Вынести показатель степени за знак логарифма, пользуясь свойством логарифма;**
4. **Решить полученное уравнение, пользуясь методом замены переменной.**

$$X^{\lg x+2} = 1000$$

1)ОДЗ: X>0

2) Т. к. обе части уравнения положительны, то прологарифмируем обе части уравнения по основанию 10:

$$\lg x^{\lg x+2} = \lg 1000$$

$$X^{\lg x+2} = 1000$$

1)ОДЗ: $X>0$

2) Т. к. обе части уравнения положительны, то прологарифмируем обе части уравнения по основанию 10:

$$\lg x^{\lg x+2} = \lg 1000$$

$$(\lg x+2)\cdot\lg x=\lg 1000$$

$$\lg^2 x+ 2\lg x- 3=0$$

$$\lg x=a$$

$$a^2 + 2a- 3=0$$

$$X^{\lg x+2} = 1000$$

1)ОДЗ: $X>0$

2) Т. к. обе части уравнения положительны, то прологарифмируем обе части уравнения по основанию 10:

$$\lg x^{\lg x+2} = \lg 1000$$

$$(\lg x+2)\cdot\lg x=\lg 1000$$

$$\lg^2 x+ 2\lg x- 3=0$$

$$\lg x=a$$

$$a^2 + 2a- 3=0$$

$$a=- 3 \quad a=1.$$

$$\lg x=1,$$

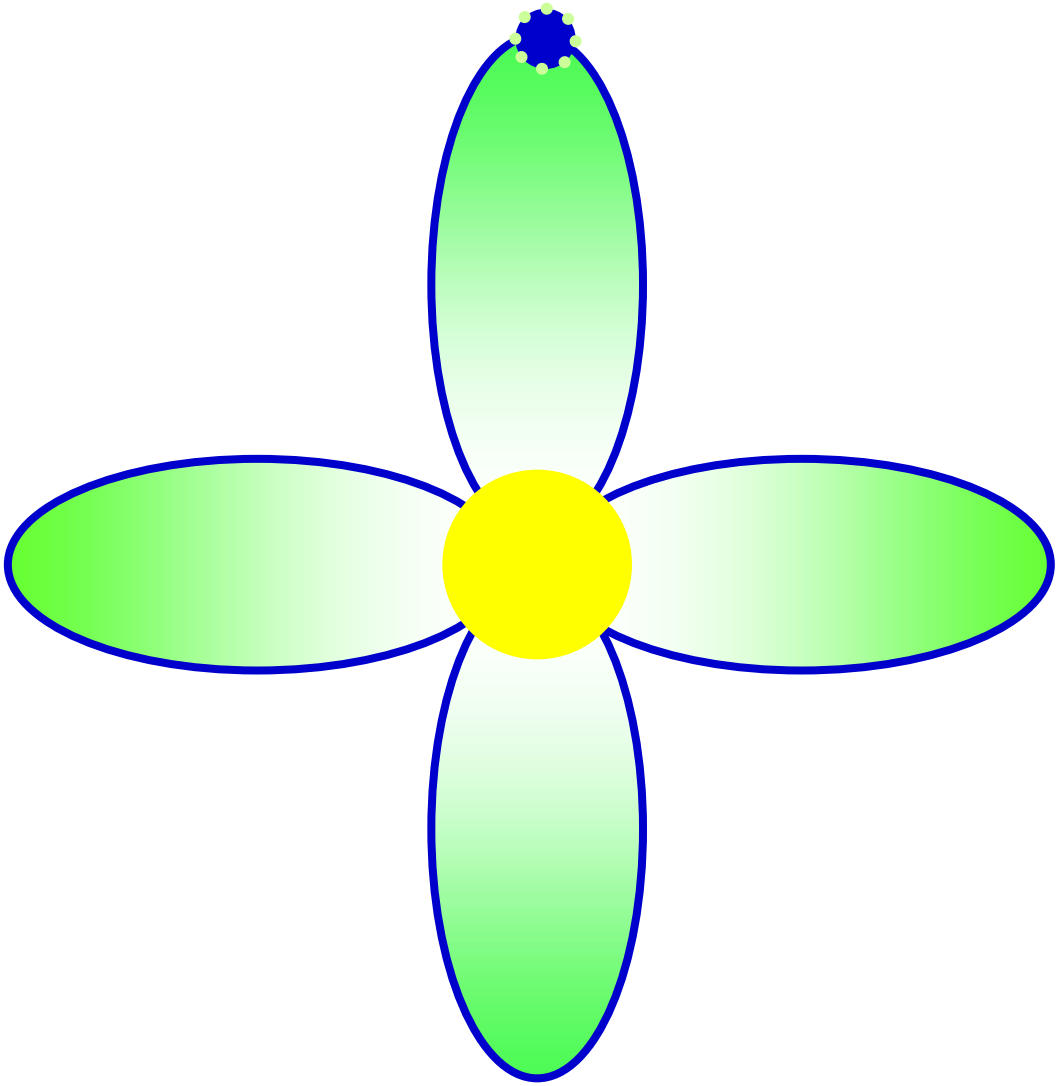
$$x=10$$

$$\lg x=- 3,$$

$$x=10^{-3}=0,001$$

Ответ: 0,001; 10.

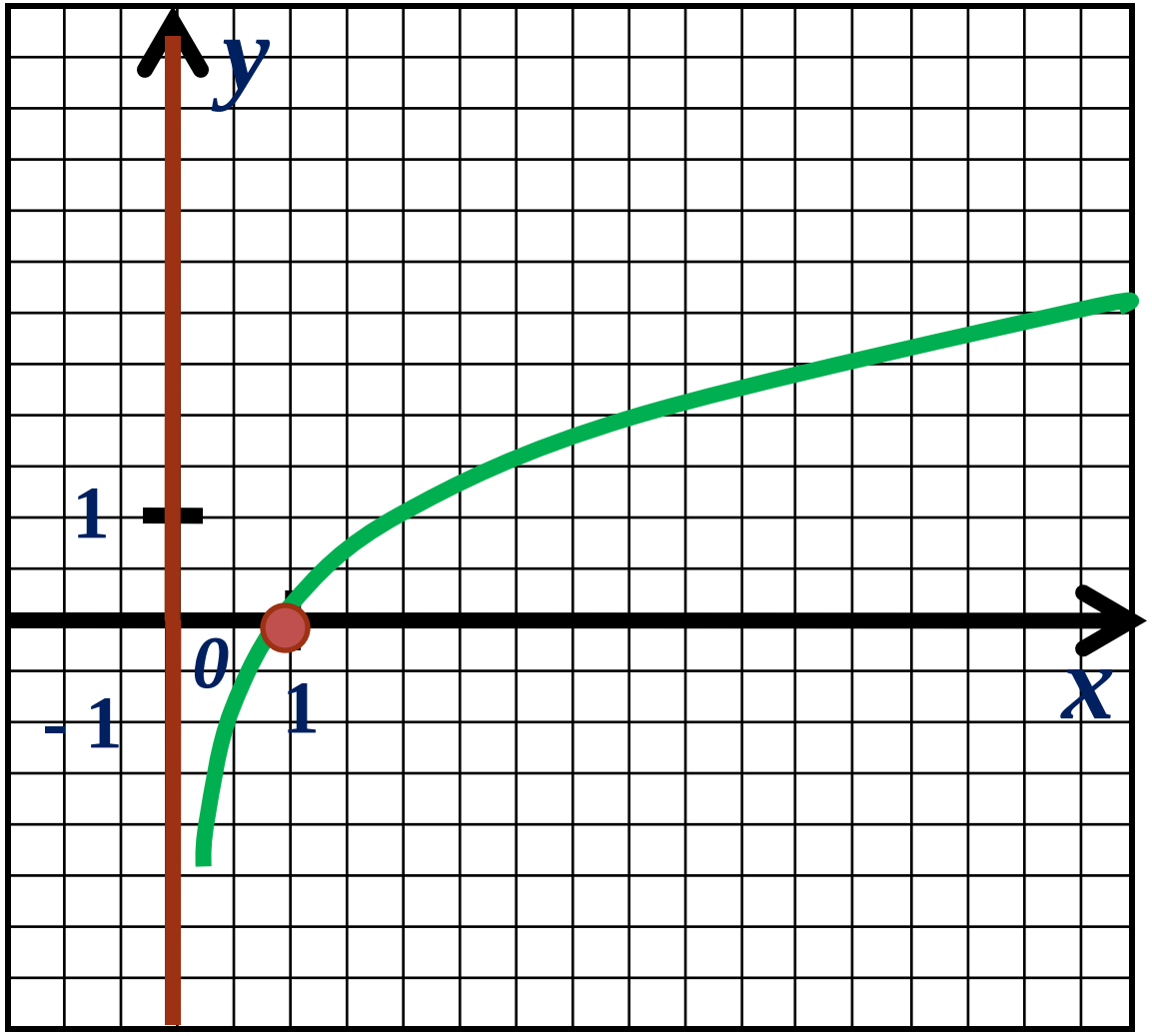
Физминутка для глаз



6. Метод приведения логарифмов к одному и тому же основанию:

7. Функционально-графический метод:

Решите уравнение:



$$\log_5 x = 0$$

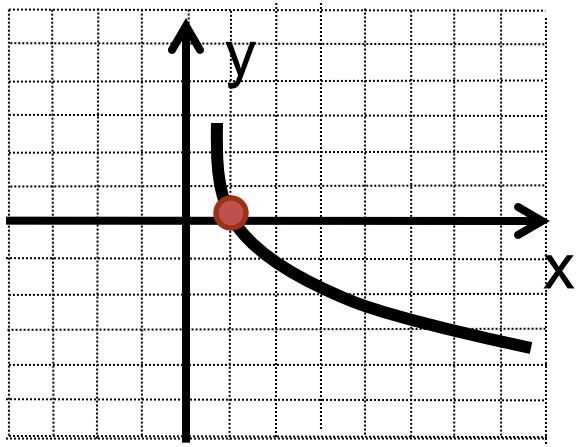
Ответ: x = 1

Самостоятельно:

Решите уравнение:

$$\log_{\frac{2}{5}} x = 0$$

Ответ: x = 1

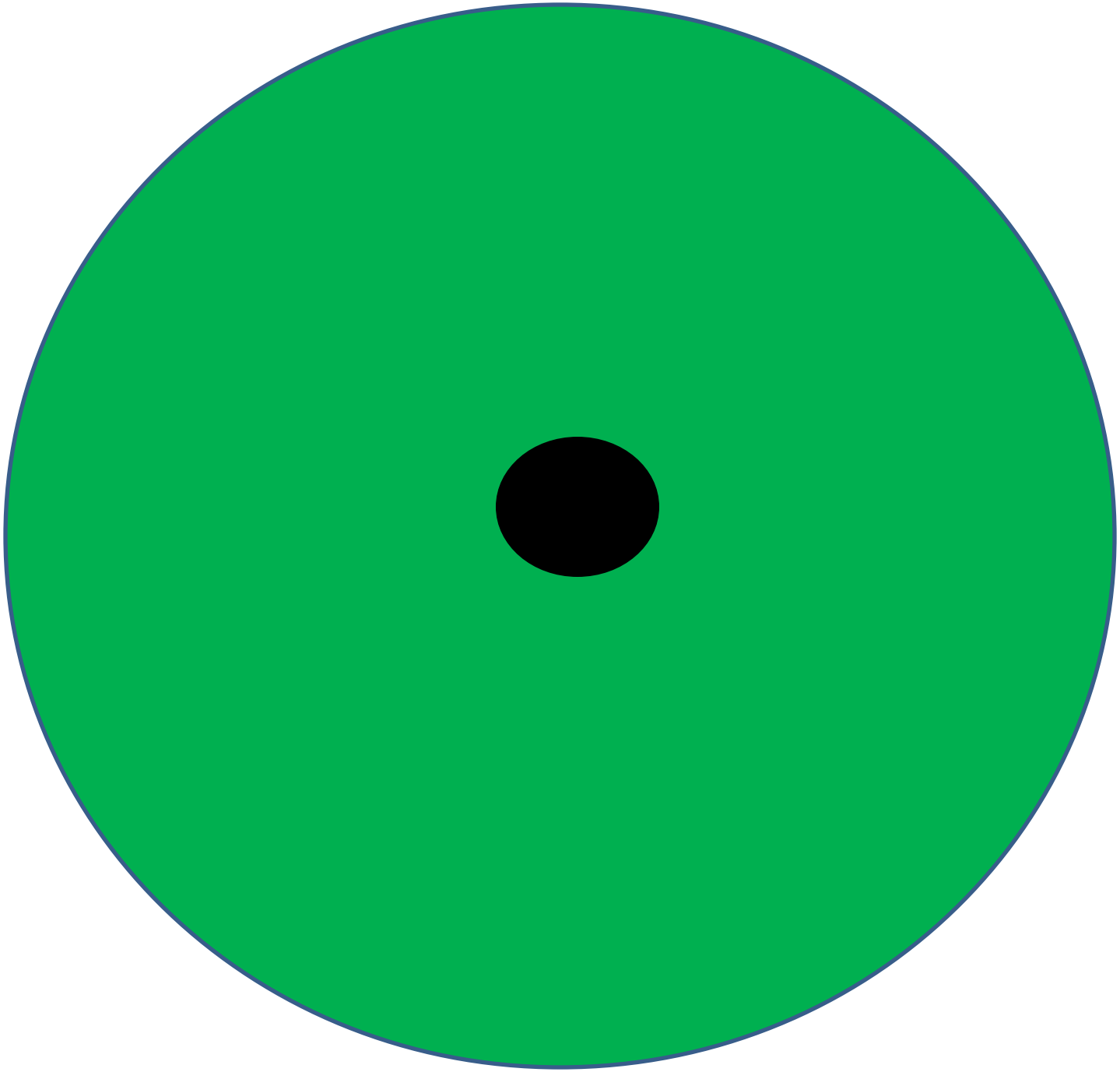


Решите графически уравнения:

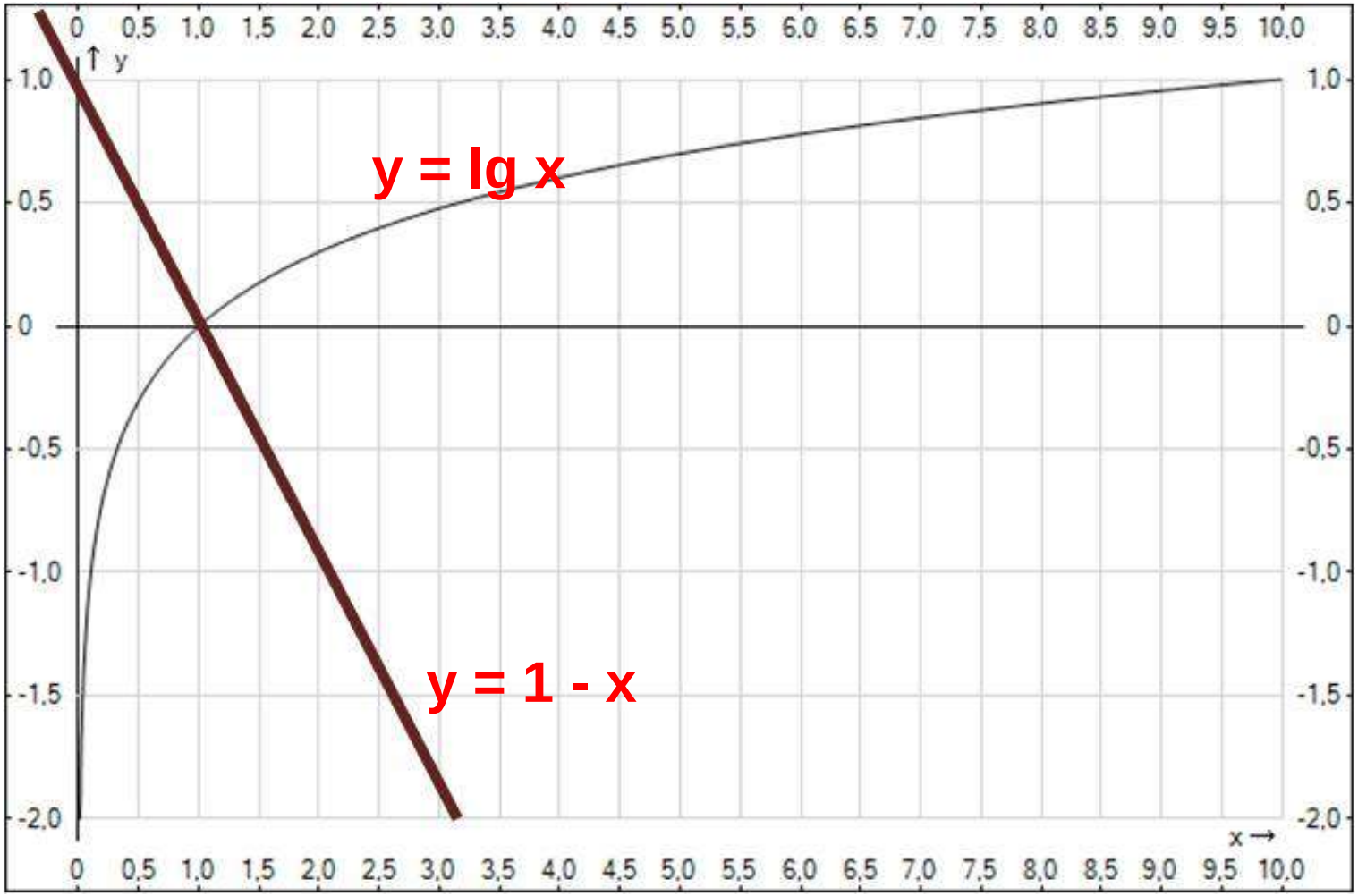
а) $\lg x = 1 - x$;

б) $\log_{1/3} x = x - 4$;

в) $\log_2 x = 3 - x$.

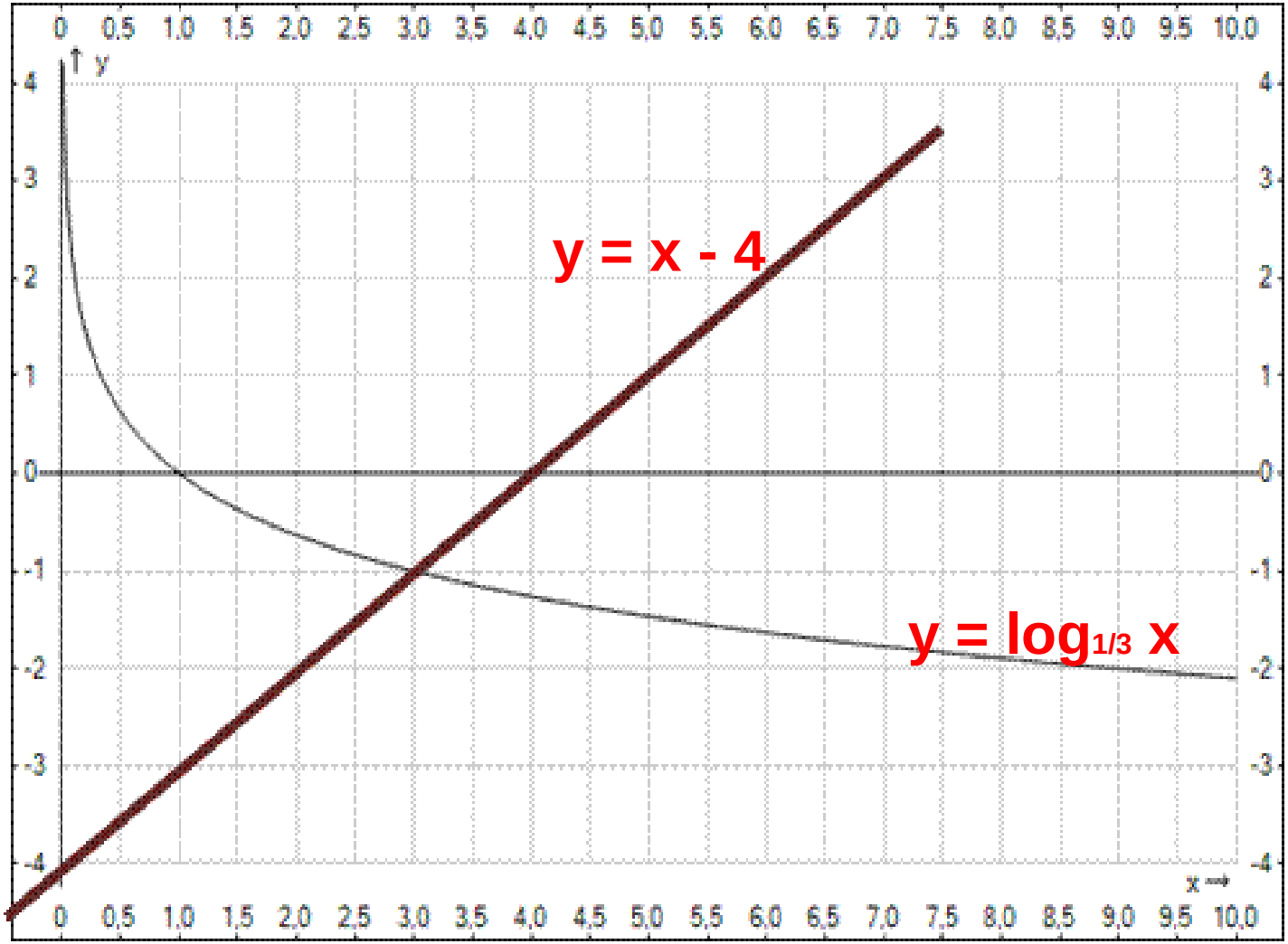


a) lg x = 1 – x



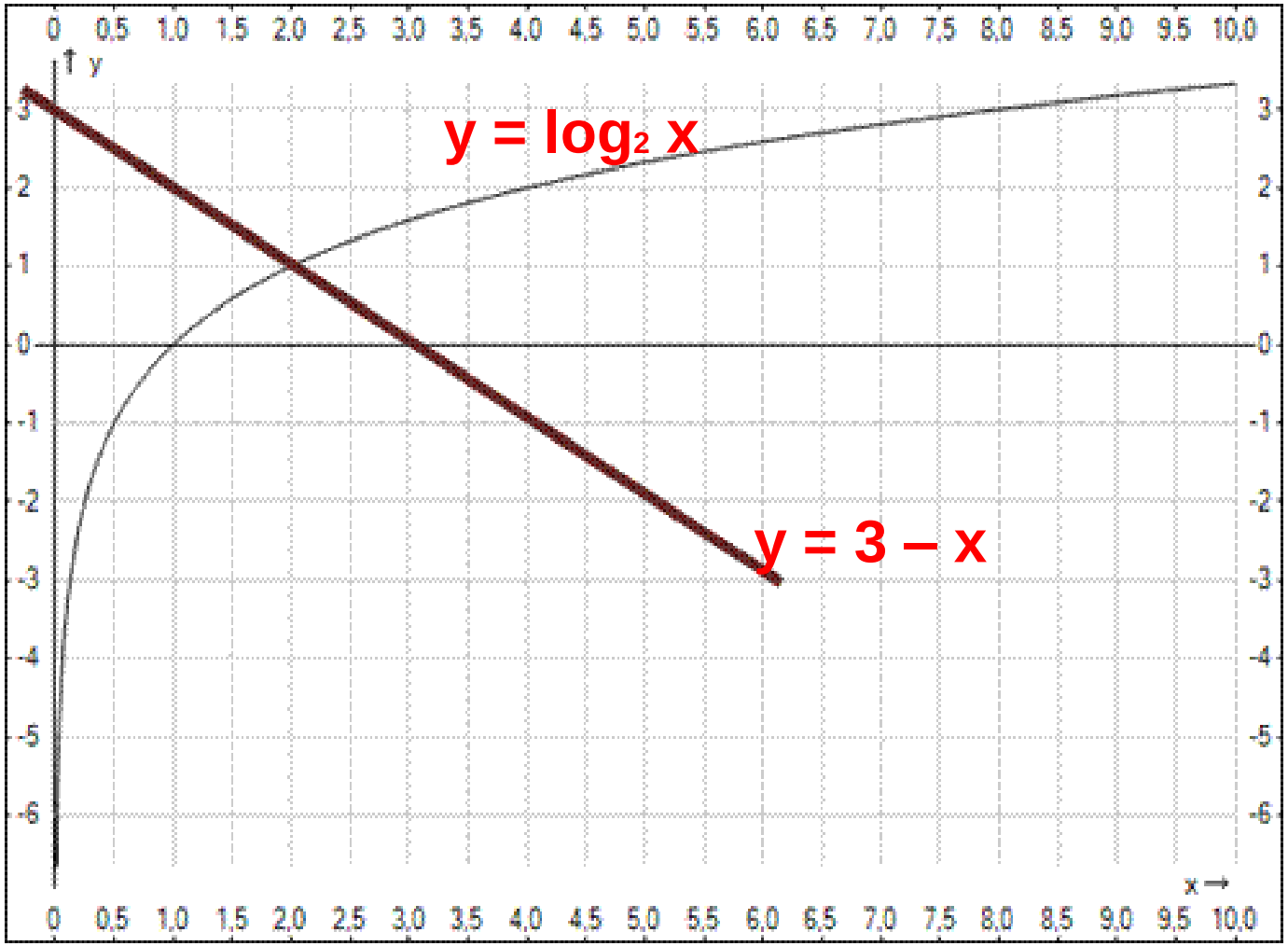
Ответ: x = 1

б) $\log_{1/3} x = x - 4$



Ответ: x = 3

в) $\log_2 x = 3 - x$



Ответ: x = 2

Этапы решения уравнения:

1. ***Найти область допустимых значений (ОДЗ) переменной***

2. ***Решить уравнение, выбрав метод решения***

3. ***Проверить найденные корни непосредственной подстановкой в исходное уравнение или выяснить, удовлетворяют ли они условиям ОДЗ***

Рефлексия:

- Какую цель ставили перед собой на уроке?
- Смогли ли её достичь?
- Какой метод вам больше понравился?
- Оцените свою деятельность на уроке.

Итог урока:

1. Мне все понятно, у меня все получается!

2. У меня еще есть ошибки, но я стараюсь!

3. Я ничего не понимаю,
у меня ничего не получается!

Домашнее задание:

№327(1,2), №333(2,4), №337(2,4), №340(2)

Ресурсы:

1. Алимов Ш.А., Алгебра и начала математического анализа, Москва, Просвешение , 2017

2.https://nsportal.ru/shkola/algebra/library/2012/11/30/prezentatsiya-svoystva-logarifmov

3.Мордкович А.Г. Алгебра и начала анализа. 10 – 11 кл.: Учебн. для общеобразоват. учреждений. – 3-е изд. – М.:Мнемозина, 2015.

4.Алгебра и начала анализа. 10 – 11 кл.: Задачник для общеобразоват. учреждений/А.Г.Мордкович, 3-е изд., испр. – М.:Мнемозина, 2015.