Исторические задачи на прогрессию

Древнейшая задача о делении хлеба

- **Сто мер хлеба разделить между пятью людьми так, чтобы второй получил на столько же больше первого, на сколько третий получил больше второго, четвёртый больше третьего и пятый больше четвертого. Кроме того, двое первых должны получить в 7 раз меньше трёх остальных. Сколько нужно дать каждому?**

Решение

- **Решение:**
- **Пусть y- разность арифметической прогрессии, тогда**
- **доля первого – x; доля второго – (x + y);**
- **доля третьего – (x + 2y); доля четвертого – (x + 3y); доля пятого – (x + 4y).**
- **Затем составим систему уравнений:**

$$\begin{cases} x+(x+y)+(x+2y)+(x+3y)+(x+4y)=100, \\ 7((x+(x+y))=(x+2y)+(x+3y)+(x+4y); \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x+10y=100, \\ 14x+7y=3x+9y; \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x+2y=20, \\ 11x=2y; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 12x=20; \\ 11x=2y; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1\frac{2}{3}, \\ y=9\frac{1}{6}. \end{cases}$$

Следовательно, хлеб должен быть разделен на следующие части:

$$1\frac{2}{3}, \quad 10\frac{5}{6}, \quad 20, \quad 29\frac{1}{6}, \quad 38\frac{1}{3}.$$

Задача

- **За 16 дней Карл украл у Клары 472 коралла. Каждый день он крал на 3 коралла больше, чем в предыдущий день. Сколько кораллов украл Карл в последний день?**

Решение

1.Решение:

$S_{16}=\frac{1}{2}(2\cdot a_1 + 3\cdot 15)\cdot 16;$

$472 = 16a_1 + 360;$

$a_1 = (472 - 360):16 = 7.$

$a_{16} = 7 + 3\cdot(16-1) = 52.$

Ответ: 52 коралла украл Карл в последний день.

Задача

- В амфитеатре расположены 10 рядов,

  причем в каждом следующем ряду на 20 мест больше, чем в предыдущем, а в последнем ряду 280 мест.

  Сколько человек вмещает амфитеатр?

Решение

3.Решение:

$280 = a_1 + 20 \cdot (10-1)$;

$a_1 = 280 - 20 \cdot 9 = 100$;

$S_{10} = \frac{1}{2}(100+280) \cdot 10 = 1900$.

Ответ:1900 человек вмещает амфитеатр.

Геометрическая прогрессия

- Все организмы обладают интенсивностью размножения в геометрической прогрессии.
- 1. Инфузории Летом инфузории размножаются бесполым способом делением пополам.8 Вопрос: сколько будет инфузорий после 15-го размножения?

Решение

- Решение:
- b15 = 2·214 = 32 768

Задача

- 2.Идеи Мальтуса В первоначальной формулировке Мальтуса, численность населения увеличивается в геометрической прогрессии (1, 2, 4, 8, 16 и т.д.), а производство продуктов питания — в арифметической прогрессии (1, 2, 3, 4, 5 и т.д.). По Мальтусу, именно этот разрыв и является причиной многих общественных бед — бедности, голода, эпидемий, войн.

- Интересные задачи, которые встречаются в учебниках математики

- 1. При хранении бревен строевого леса их укладывают, как показано на рисунке. Сколько брёвен находится в одной кладке, если в ее основании положено 12 бревен?

Решение

- Решение: Составим математическую модель задачи: 1, 2, 3, 4,…,12. Это арифметическая прогрессия, $a_1=1$, $d=1$, $a_n=12$. Надо найти n. $a_n=a_1+d(n-1)$; $12=1+1(n-1)$; $n=12$. $S_n=(a_1+a_n)\cdot n:2$; $S_n=(1+12)\cdot 12:2$; $S_n=78$
- В одной кладке находится 78 бревен.

Задача Древнего Египта

- У семи лиц по семь кошек; каждая кошка съедает по семь мышей, каждая мышь съедает по семь колосьев, из каждого колоса может вырасти семь мер ячменя. Как велики числа этого ряда их сумма?»

Решение

- ***Решение задачи***
- Людей всего 7, кошек 72 = 49, они съедают всего 73 = 343 мыши, которые съедают всего 74 = 2401 колосьев, из них вырастает 75 = 16807 мер ячменя, в сумме эти числа дают 19 607.